

EXERCICE N°1 :

Soit a un réel strictement supérieur à $\sqrt{2}$ et U la suite définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2 + aU_n}{a + U_n} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 0$

2) a) Montrer pour tout $n \in \mathbb{N}$ $U_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{(a - \sqrt{2})(U_n - \sqrt{2})}{U_n + a}$

b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $U_n < \sqrt{2}$

c) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_{n+1} - \sqrt{2}| \leq \lambda |U_n - \sqrt{2}|$, ou $\lambda = \left| 1 - \frac{\sqrt{2}}{a} \right|$

d) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|U_n - \sqrt{2}| \leq \lambda^n$

c- Déduire la limite de la suite U

3) Application. Etudier la limite de V définie sur \mathbb{N} par $\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \frac{4 + 3V_n}{3 + 2V_n} \end{cases}$

EXERCICE N 2

Dans un plan orienté P ; on donne un triangle ABC rectangle en A tel que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ et soit Δ la médiatrice de $[BC]$. On désigne par I le milieu de $[BC]$ et par D le symétrique de A par rapport à Δ

La droite Δ coupe le segment $[AC]$ en un point O

1- Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BO})$

2- Vérifier que le triangle ABI est équilatéral

3- a- Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IA})$

b- En déduire que le quadrilatère $ABID$ est un losange

EXERCICE N3

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x - 1} \text{ si } x \leq 2 \\ f(x) = \frac{3}{1 + \sqrt{x - 2}} \text{ si } x > 2 \end{cases}$

1- Préciser l'ensemble de définition de f

2- Montrer que f est continue en 2



- 3- Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 et interpréter le résultat obtenu
- 4- a- Montrer f est dérivable à gauche en 2
b- Ecrire l'équation de la demi tangente à ζ_f à gauche en $A(2,3)$
- 5- a- Montrer que f est dérivable sur $] -\infty, 2[\setminus \{1\}$ et calculer $f'(x)$
b- Soit $a \in] -\infty, 2[\setminus \{1\}$. Existe-il des points de ζ_f d'abscisses a ou la tangente à ζ_f est parallèle à $\Delta: y = -3x + 4$
- 6- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter le résultat obtenu
- 7- a- Montrer la droite $D: y = x - 3$ est une asymptote oblique à ζ_f au voisinage de $-\infty$
b- Etudier la position relative de ζ_f et D pour $x \in] -\infty, 2[\setminus \{1\}$



Nom.....
Prenom.....

Feuille à rendre

Lycée Teboulba
2008-2009
3 M₁

EXERCIE N4

Le graphique ci-dessous représente la courbe d'une fonction f

1-Cocher la réponse exacte

a) f est dérivable en 2

b) f est dérivable à droite en 2 et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2} = 4$

c) f est dérivable à droite en 2 et $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2} = -4$

2- a) f est dérivable en 3 et $f'(3) = 2$

b) f est dérivable en 3 et $f'(3) = 0$

c) f n'est pas dérivable en 3 et $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = +\infty$

3-a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$,

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$,

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

4- Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :

a) 3 solutions,

b) 2 solutions,

c) aucune solutions

5- l'image de l'intervalle $]0, +\infty [$ est

a) \mathbb{R}

b) $]0, +\infty [$

c) $]2, +\infty [$

6- $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x)-1}{x+1} =$

a) $+\infty$

b) $-\infty$

c) 0

d) -1

7-Sachant que $f(x) = ax^2 + bx + c$ pour $x \geq 2$ Déterminer a, b et c

Bon travail



La courbe de la fonction f

